**Школьный этап Всероссийской олимпиады по математике**

**2020-2021 учебный год**

**8 класс**

**Решения**

1. Сравните числа 32020 и 23030 без использования калькулятора.

**Ответ.** 32020 > 23030.

**Решение.** По свойству степеней  и . Так как 91010 > 81010, то 32020 > 23030.

**Критерии проверки.**

Обоснованно получен верный ответ – 7 баллов.

Верно преобразовано хотя бы одно из выражений 32020 или 23030 к показателю 1010 или 505, при этом дальнейшее продвижение отсутствует – 3 балла.

2. Любитель геометрии начертил окружность и отметил на ней 6 различных точек. Затем каждую пару отмеченных точек он соединил отрезком. Оказалось, что никакие три из этих отрезков не пересекаются в одной точке внутри окружности. На сколько частей проведенные отрезки разделили круг?

**Ответ:** 31.

**Решение.** Смотри рисунок.

**Критерии проверки.**

Правильный чертеж, но ошибка в подсчете количества частей – 3 балла.

Правильный чертеж и верный подсчет количества частей – 7 баллов.

3. Найдите остаток от деления числа 1234567893 + 9876543213 на число 111111111.

**Ответ.** 0.

**Решение.** Разложим числовое выражение 1234567893 + 9876543213 на множители с помощью формулы сокращенного умножения «сумма кубов»: 1234567893 + 9876543213 = = (123456789 + 987654321)⋅(1234567892 – 123456789⋅987654321 + 9876543212). В первой скобке этого разложения записано число 123456789 + 987654321 = 1111111110, которое при делении на 111111111 дает частное 10 и остаток 0. Следовательно, и все выражение 1234567893 + 9876543213 делится на число 111111111 без остатка.

**Критерии проверки.**

Обоснованно получен верный ответ – 7 баллов.

Верно применена формула «сумма кубов», при этом дальнейшее продвижение отсутствует – 3 балла.

Верно применена формула «сумма кубов» и подсчитана сумма (123456789 + 987654321), при этом дальнейшее продвижение отсутствует – 5 баллов.

4. Количество одинаковых товаров, поставляемых в розничную сеть магазинов пятью фирмами, находится в отношении 6:7:8:9:10. Первая фирма планирует сократить поставки на 1%, вторая – на 2%, третья – на 3% и четвертая – на 4%. На сколько процентов нужно увеличить поставки пятой фирме, чтобы суммарный объем поставок не изменился?

**Ответ.** 8.

**Решение.** Первоначально общий объём поставок составлял 40 частей, 6 из которых приходится на первую фирму, 7 – на вторую, 8 – на третью, 9 – на четвёртую, 10 – на пятую.

Затем первая фирма сократила поставки на 1% от 6 частей, т.е. на 0,01⋅6 = 0,06 частей. Аналогично, вторая фирма сократила на 0,02⋅7 = 0,14 частей. Из тех же соображений, сокращения поставок для третьей и четвертой фирм соответственно составили 0,03⋅8 = 0,24 и 0,04⋅9 = 0,36 частей. Общий объем сокращения этих четырех фирм равен 0,06 + 0,14 + 0,24 + 0,36 = 0,8 частей. Значит, пятой фирме нужно увеличить поставки на 0,8 частей. Найдем, сколько процентов составляет 0,8 от 10: .

**Критерии проверки.**

Обоснованно получен верный ответ – 7 баллов.

Правильно подсчитаны новые доли поставок первых четырех фирм, при этом дальнейшее продвижение отсутствует – 5 баллов.

За каждую арифметическую ошибку – снимаем 1 балл.

5. Учитель записал на доске 11 различных натуральных чисел, не больших 30, и попросил ученика для каждой пары записанных на доске чисел вычесть из большего числа меньшее, и результат записать в тетрадь. Докажите, что некоторое число в тетради у ученика повторится не менее трех раз.

**Решение.** Обозначим числа учителя, предварительно упорядочив их по возрастанию: *a*1 < *a*2 < *a*3 < *a*4 < *a*5 < *a*6 < *a*7 < *a*8 < *a*9 < *a*10 < *a*11.

Предположим, что все числа ученика либо не повторяются, либо повторяются менее трех раз. Тогда среди десяти разностей *a*2 – *a*1, *a*3 – *a*2, *a*4 – *a*3, *a*5 – *a*4, *a*6 – *a*5, *a*7 – *a*6, *a*8 – *a*7, *a*9 – *a*8, *a*10 – *a*9, *a*11 – *a*10 не более двух раз встречается значение 1, не более двух раз встречается значение 2 и т.д. Значит, сумма этих разностей *S* ≥ 1 + 1 + 2 + 2 + 3 + 3 + 4 + 4 + 5 + 5 = 30.

С другой стороны, *S* = *a*11 – *a*1 ≤ 30 –1 = 29. Противоречие.

**Критерии проверки.**

Обоснованно получена оценка *S* ≤ 29 – 3 балла.

Обоснованно получена оценка *S* ≥ 30 – 4 балла.

Баллы за обоснованно полученные оценки складываются.